Exponentialfunktionen e^x

(Det märkliga talet e)

Eftersom $y = e^x$ har derivatan $y' = e^x$, så är $y' = y$. I en punkt, som har y-koordinaten 2, har kurvans tangent därför riktningskoefficienten 2. Kurvan skär y-axeln i punkten (0,1). Lutningen i punkten är 1. Det innebär att kurvan skär axeln under 45° vinkel.

Exponentialfunktionen e^x har derivatan e^x. Det är befogat att fråga sig, om funktionen e^{5x} har derivatan e^{5x}. Vi undersöker det med hjälp av derivatan definition.

1. f(x) = e^{5x}
2. $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} = \dfrac{e^{5(x+h)} - e^{5x}}{h}$
3. $\dfrac{e^{5x+5h} - e^{5x}}{h} = \dfrac{e^{5x}\cdot e^{5h} - e^{5x}}{h} = e^{5x}\cdot\dfrac{e^{5h}-1}{h}$
4. Vad händer då med $\dfrac{e^{5h}-1}{h}$ då $h \to 0$?

h	$\dfrac{e^{5h}-1}{h}$
0,1	6,4872
0,01	5,1271
0,001	5,0125
0,0001	5,0013

5. När $h \to 0$ får tydligen $\dfrac{e^{5h}-1}{h}$ gränsvärdet 5,00 (med 2 dec.)
6. $f'(x) = \lim_{h \to 0}\left(e^{5x}\cdot\dfrac{e^{5h}-1}{h}\right) = e^{5x}\cdot 5 = 5\cdot e^{5x}$

   Funktionen $f(x) = e^{5x}$ har derivatan $f'(x) = 5\cdot e^{5x}$

Allmänt gäller att

$f(x) = e^{kx}$ har derivatan $f'(x) = k\cdot e^{kx}$ (*k* är en konstant).

1998-10-13 / Dennis Jonsson